Сверхмассивный галактический центр с отталкивающей гравитацией

Тревор Маршалл У.
а
Макс К. Уоллис

Букингемский Центр астробиологии,
Университет Buckingham,
Букингемский MK18 1Eg, Великобритания

Вступление.
Понятие отталкивающей гравитации имеет происхождение в 1939 в статье Оппенгеймера и Снайдера (ОС), которая описывает коллапсар, как идеализированную звезду из невзаимодействующего материала (пыли), которая коллапсирует под действием собственной силы тяжести. Звездный материал имеет конечное состояние, напоминающее «футбольный мяч», важная часть которого состоит в том, что вещество сосредоточено в тонкой поверхностной оболочке. Внутреннее давление, вызываемое сильным гравитационным полем, эквивалентно наличию отрицательной массы. Тем не менее, решение ОС было неправильно истолковано, и положение оболочки неправильно определена как "горизонт событий" в черно-дырочной модели. В то время как половина вещества сосредоточена в оболочке, занимающее малую часть радиуса, остальная часть материи распределена по всему внутреннему объему, в отличие от концепции черных дыр , когда вещество сконцентрировано в сингулярности. Мы имеем дело с особенностью в плотности на поверхности оболочки, включая давление электронов вырожденного Ферми газа при плотности оболочки, сравнимой с плотностью белого карлика солнечной массы. Поскольку область высокой плотности сосредоточено в оболочке, а не в центре, как в теории черных дыр, наш вывод, что гравитация создает отталкивания, приводит к существованию **Сверхмассивных Белых Карликов (СБК)**.

1. Введение

Отталкивающая гравитация приводит к модели сверхмассивных галактических центров, таких как Стрелец А* (Sagittarius A*), у которого большая часть вещества сосредоточена в оболочке, которая надувается сильным внутренним гравитационным полем. Плотность массы в оболочке близка плотности в белых карликах, поэтому мы ожидаем, что вырожденный электронный Ферми газ уравновешивает отталкивающее гравитационное поле и распространяет особенность на поверхностную плотность в пылевой модели звезд. Мы назовем этот объект Сверхмассивный Белый Карлик (СБК). Подробное исследование SgrA * в области гравитационного радиуса ОС, как это предусмотрено в проекте «Event Horizon Telescope» («Телескоп Горизонта Событий»), должно очень четко различить модель СБК и черно-дырочной модели , поскольку электромагнитные лучи ведут себя у них очень по-разному . Аккреция вещества на SgrA * от G2 в пылевом приближении будет также отличаться в этих двух моделях.
Самые ранние наметки того, что гравитация может быть отталкивающей, намечена в 1939 в статье Оппенгеймера и Снайдера [1] (ОС), которые описали идеализированный коллапсар, состоящий из "пыли", то есть, который искривляет гравитационную метрику, без взаимодействия, Пенроуз [2] и последующие эксперты в общей теории относительности (ОТО) не смогли оценить новизну решения ОС; а оно на самом деле является следствием того, что в метрике ОС их коллапсар имеет стабильное конечное состояние, с радиусом, который они называют гравитационный радиус – а в настоящее время - часто называют радиусом Шварцшильда. Справедливости ради надо отметить, что,

по крайней мере, более известный из авторов ОС ответственен за недоразумения, поскольку Оппенгеймер в соавторстве с М. Волковым несколько месяцев назад до этого в статье [3] (OB) пытался проанализировать коллапс, применяя полевые уравнения общей теории относительности (ОТО), чтобы описать ньютоновскую теорию белых карликов. Заключение ОС состояло в том, что любой объект, масса которого немного превышает массу Солнца должен сколлапсировать в нулевой радиус. Несмотря на это, авторы ОС не признали, что их результат противоречил статье OB. ОС отметили, что скорость света стремится к нулю на гравитационном радиусе, где концентрируется масса, так что сжатие до конечного состояния происходит за бесконечное время. Тем не менее, один из нас ранее нашел [4], что простой модификацией в метрике ОС можно устранить эту проблему скорости света и, таким образом удовлетворить принципу причинности Гильберта (то есть общение через световые лучи). Особенность на поверхности устраняется путем добавления члена с "давлением газа" из статьи OB, который возникает в пике массы. Мы не касались формы давления газа, но мы нашли, что зависимость от температуры политропной формы, которые используются для белых карликов (Ферми давление вырожденных электронов) просты и поддаются анализу. Такие политропные модели были исследованы в 1930-х годах, но OB использовали их, чтобы ошибочно исключить эти решения с центральным нулевым давлением, которые следуют из анализа ОС.

2. Метрика ОС

Камень, который выкопали 74 года назад, ошибочно классифицируют как кварц и оставили на полке музея. После мытья, он переходит в категорию к огромным бриллиантам, примерно в сто раз Кох-и-Нор (карат?).

Поверхность коллапсара ОС описывают свободное падение геодезических в метрике Шварцшильда, то есть его радиус $r_0(t)$ удовлетворяет:

$$t = -\frac{2}{3} r_0^{\frac{3}{2}} - 2\sqrt{r_0} + ln\frac{\sqrt{r_0}+1}{\sqrt{r_0}-1} \qquad (1)\ ,$$

где мы выбрали единицы, в которых гравитационный радиус $\frac{2MG}{c^2} = 1$. Тот факт, что t стремится к плюс бесконечности, когда $r_0(t)$ стремится к 1 дает ОС основание сделать вывод в конце их статьи, что ".... внешний наблюдатель видит звезду асимптотически приближающему к своему гравитационному радиусу". Внутреннее решение $r(t) < r_0(t)$ описывается метрикой

$$ds^2 = \frac{r^3}{R^3}\left(\frac{dr}{r} - \frac{dR}{R}\right)^2 - \frac{r^2}{R^2}dR^2 - r^2(d\theta\Theta^2 + \sin^2\theta\, d\varphi^2\,) \qquad (2)$$

где R, с 0 <R <1, сопутствующая координата, а это означает, что внутри частицы падают по геодезической с $R = const$, в частности $R = 1$ идентично $r = r_0(t)$. Это последнее условие вместе с тем, что метрика при $R = 1$ непрерывно переходит во внешнее решение Шварцшильда приводит к соотношению:

$$t(r,R) = -\frac{2}{3}y^{\frac{3}{2}} - 2\sqrt{y} + ln\frac{\sqrt{y}+1}{\sqrt{y}-1} \qquad (3)\ ,$$

Где y есть:

$$y(r,R) = \frac{r}{R} + \frac{R^2 - 1}{2} \qquad (4)$$

Обратите внимание, что время t они называют "внешнее время" и последнее уравнение является аналитическим продолжением t, которое устанавливает (r, t), как координаты внутри так и снаружи вещества. Теперь простой вывод, который почему-то ОС не удалось найти, в том, что стабильная конечное состояние, соответствующее $t = +\infty$, получается, поставив $y = 1$, то есть

$$r_\infty = \frac{R(3 - R^2)}{2} \qquad (5)$$

Такое стабильное конечное состояние находится в явном противоречии с заключением Оппенгеймера и Волкова [3] и, следовательно, с первым предложением в самой статье ОС. В отличие от теории черных дыр это дает распределение плотности вещества всюду внутри "горизонта событий". Они показали в другом месте той же статьи, что начальное состояние $(t \longrightarrow -\infty)$ имеет однородное распределение звездного вещества. Это означает, например, что половина всего вещества находится между R = 0.7937 и R = 1. Отметим, что уравнение (4) сообщает нам, что $r \sim R$, когда t стремиться к минус бесконечности. Таким образом, коллапсар ОС имеет в конечном состоянии половину своего вещества, сосредоточенного в оболочке между R = 0.9406 и R = 1; и мы предлагаем для него название «футбольный коллапсар».
В действительности концентрация вещества в оболочке «футбольного коллапсара» больше, чем показывает этот расчет. Производная r_∞ по отношению к R содержит фактор $(1 - R)$, который указывает на бесконечную плотность при R стремящейся к 1. Однако, это не такая сильная особенность, как в черно-дырочной теории при $R = 0$; скорее, физические условия в оболочке напоминают белого карлика солнечной массы. Изучение этой области потребует от нас реабилитировать понятие гравитационной силы, и включить эту силу, которая сжимает звездное вещество в оболочке, и давление вырожденного электронного газа, который сопротивляется сжатию. Это исследование, которое выходит за рамки пылевой модели ОС, потребуют других расчетов.

3. Модификация расчетов ОС для выполнения условие причинности

Небольшой кусок кварца отделили от алмаза.

Мы только что утверждали, что статья ОС не поддерживает теорию черных дыр. Однако решение ОС является проблемным в том, что, когда t подходит к плюс бесконечности, коллапсар достигает определенной стадии, когда свет не может выйти из него. ОС дали минимальные объяснения , чтобы оправдать эту аномалию, но мы нашли в [4] эту функцию без конфликта с требованием причинности Гильберта, провозглашенного в 1917 году [5], и недавно было поддержано Логуновым и Мествиришвили в [6]. Это потребует сделать поправку к метрике ОС [4], что приводит к замене (4) на:

$$y = \frac{r}{R} - \frac{R^2 - 6R + 5}{4} \qquad (6)$$

чтобы радиальные световые лучи, покидающие область R = 0 для всех t, выходили бы из коллапсара. Это устраняет проблему в решении ОС, которая сама по себе стала основой для теоремы о черных дырах Пенроуза [2]. Модификация (6) также увеличивает концентрацию оболочки «футбольного коллапсара», так как:

$$r_\infty = \frac{R(3-R)^2}{4} \qquad (7)$$

Что фактически означает, что половина вещества в уже в области $0.9659 < R < 1.$ Откладывая любое пристрастие к геометризации пространства-времени, естественно спросить "Какое давление имеет «футбольный мяч»?» В нашем случае пылевого коллапсара нет силы, кроме силы тяжести, поэтому, как только мы задаем запрещенный вопрос, единственный возможный ответ на него это тот, что сама гравитация, теперь превратилась из притяжения в отталкивание, раздувая «футбольный мяч». Простой способ увидеть отталкивающую гравитацию в работе, это исследовать траекторию опытной частицы, которая врезается в поверхность с координатой $R = 1$ и радиусом r_0 с большей скоростью, чем скорость, с которой сама поверхность сокращается. Мы ограничимся рассмотрением радиальных траекторий, для которых метрика ОС может быть упрощена, положив x=r/R,

$$ds^2 = x dx^2 - x^2 dR^2 \qquad (8)$$

Для которой существует интеграл движения:

$$\frac{x^2 dR}{ds} = -C \quad (C > 0) \qquad (9)$$

Откуда следует, что если положить $x_0 = r_0$, то

$$R(x) = 1 - \int_x^{x_0} \frac{C}{\sqrt{x'^3 + C^2 x'}} dx' \qquad (10)$$

И, следовательно , при $y = 1$ в (6),

$$r_\infty = x_\infty\left(3 - 2\sqrt{x_\infty}\right), \quad \sqrt{x_\infty} = 1 + \frac{1}{2}\int_{x_\infty}^{x_0} \frac{C}{\sqrt{x'^3 + C^2 x'}} dx' \qquad (11)$$

Мы таким образом можем вычислить крайнюю конечную точку падающей крэш-частицы (частица, которая падает извне в облако не в сопутствующей системе отсчета – прим. переводчика) как функцию времени достижения поверхности (эффективную x_0) и его предельную скорость (эффективную C). Для ультрарелятивистского случая, $C \longrightarrow +\infty$, интегрирование приводит к элементарным функциям и r_∞ принимает вид:

$$r_\infty^U = \frac{1}{4}\left(1 + \sqrt{x_0}\right)^2\left(2 - \sqrt{x_0}\right) \qquad (12)$$

и для всех конечных C, $r_\infty > r_\infty^U$, так что r_∞^U дает максимальное проникновение в «футбольный коллапсар» крэш-частицы. Полагая $r_0 = x_0 = 1.45$, что соответствует тому, что коллапсар находится целиком внутри собственной фотосферы при $r = 3m$, дает r_∞^U=0,9666, и поэтому для всех радиусов меньше этого, крэш-частица не может выйти за пределы R, дающей "половины массы оболочки ", пределы, которое мы получили в конце предыдущего абзаца. Таким образом, даже игнорируя столкновение с веществом «футбольного коллапсара», такое падение частиц сталкивается с острой силой торможения на входе в оболочку, и с тот же силой что сжимает звездную массу для формирования оболочки.

4. Сверхмассивной белый карлик

Грани алмаза срезали и отполировали, чтобы выявить объект замечательной простоты.

Белые карлики примерно солнечной массы были поняты с 1930 в членах [7] из анализа Чандрасекара, которые (см, например, [8], section 11.3) уравновешивают давление вырожденного электронного Ферми газа и гравитационной силы. Хотя тяготение в таком белом карлике является очень сильным, и, может действительно затмить давление Ферми-газа, тем не менее уравнение остается ньютоновским , и оно определяет профиль давления:

$$\frac{dp}{dr} = -GM\rho\text{ρ}/r^2$$

$$M = \int_0^r 4\text{ρ}\pi\rho(r')r'^2 dr \qquad (13)$$

вместе с уравнением состояния $\rho = \rho\ (p)$.

Переход к состоянию сильной гравитации было сделано Оппенгеймером и Волковым (OB) [3], которые рассматривали полевые уравнения ОТО с метрикой :

$$ds^2 \ = \ B(r)dt^2 - \ \mathrm{A}(r)dr^2 - r^2\ (d\theta\Theta^2 + \sin^2\Theta\, d\varphi^2) \quad (14)$$

и тензором напряжений

$$T^{\mu\nu} = \left(\rho + \frac{p}{c^2}\right)\frac{dx^{\mu}}{ds}\frac{dx^{\nu}}{ds} - \frac{p}{c^2}g^{\mu\nu} \qquad (15)$$

Это приводит к уравнениям поля:

$$\frac{du}{dr} = 4\pi r^2 \rho$$

$$\frac{d\rho}{dr} = -\frac{G(\rho + p/c^2)(u + \frac{4\pi r^3 p}{c^2})}{r\left(r - \frac{2uG}{c^2}\right)} \qquad (16)$$

Вместе с уравнением состояния, и с подходящими начальными условиями, они определяют профиль давления $p(r)$, а также $u(r)$, а метрические коэффициенты определяются [8] ур. (11.1.16), в единицах $G = c = 1$:

$$A = \frac{r}{r - 2u(r)}$$

$$AB = \exp[-\int_r^\infty \frac{8\pi r'^2[\rho(r') + p(r')]}{r' - 2u(r')} dr' \qquad (17)$$

Статье ОВ уделялось мало внимания до начала 1960-х, когда она составила основу для аргумента, что при массе выше несколько солнечных масс, любой коллапсар должны в конечном итоге стать черной дырой [9]. Это была историческая ошибка, вызванная отказом Оппенгеймера и Снайдера (ОС) [1] признать, что их статья, написанная через несколько месяцев после ОВ, вступила в противоречие с выводами ОВ , и очень вероятно, это усугубило забвение обеих статей на 20 лет. В такой форме в 1960-х, уравнения поля ОВ (16) были написаны с замененной $u(r)$ на $M(r)$, и это обозначение остается неизменным до настоящего времени. Конечно, в ньютоновской теории $\mathrm{M}(r)$ есть масса внутри сферы радиуса R, и мы приходим к точно таким же уравнениям, понимая, что мы интегрируем (16), начиная с $u(0) = 0$, а затем интерпретируем $\rho(r)$ как массовая плотность. Вайнберг ([8] раздел 11.1), при этом отмечает явно, что это последнее определение является неправильным, и также говорит, что если $u(0) \neq 0$ делает $A\ (r)$ сингулярным при $r = 0$. В самом деле $A(0) = 0$ в этом случае $\mathrm{B}\ (r)$ имеет полюс при $r = 0$, что признали ОВ, но они его рассматривают не как препятствие для устойчивого решения; в этом они были правы, и сейчас мы это продемонстрируем.

ОВ считают, что и $u(0)$ может быть нулевым или отрицательным, но потом дают «опровержение» последней возможности, с учетом их примечания 10, ограничивая круг возможных уравнений состояния. Затем они показали, что при $u(0) = 0$, давление повышается монотонно от поверхности к центру, при этом гравитация остается притягивающей во всем внутреннем объеме ; это следует, как для Ньютоновских белых карликов, для предельной массы не намного больше, чем наше Солнце , и стабильное решение невозможно. Однако, как мы уже обсуждали в разделе 2, статья ОС показывает, что даже в предельном случае $p(r) = 0$, существует устойчивое решение для любой массы, и такие решения имеют отталкивающую гравитацию в центральной области. Это означает, что мы должны пересмотреть модель ОВ с $u(0) = 0$, для которых мы сразу же находим, что $\rho(0) = p(0) = 0$; поэтому $p(r)$ первоначально увеличивается, и это действительно означает отталкивающую гравитацию.

Для уравнения состояния будем считать, что существует целый диапазон p, который соответствуют примерно давлению в оболочке «футбольного коллапсара» ОС, в котором звездное вещество находится в состоянии сжатия, так, что в нижнем диапазоне массы солнечного белого карлика, состояние является изотропой с параметром 5/3 :

$$\rho = k_1 p^{\frac{3}{5}} \quad (p \text{ большое}) \ (18)$$

где

$$k_1 = \frac{m_D}{3\pi}\left(\frac{60\pi^4 m_e}{h^2}\right)^{\frac{3}{5}} = 3.426.10^{-8} \quad (\text{в единицах сгс }) \ (19)$$

m_e масса покоя электрона и m_D нуклонная масса на электрона, который берется в качестве нейтронного массового соотношения 56/26 ([1]). Недалеко от центра, это уравнение состояния невозможно, поэтому мы подставим только одну разрешенную возможность по анализу ОВ, а именно

$$\rho = kp \quad (p \text{ малое}) \qquad (20)$$

Два диапазона p могут затем быть объединены, например :

$$\rho = \frac{k_1 p^{\frac{3}{5}} \sinh\left(\frac{p}{p_1}\right) + kp}{\cosh\left(\frac{p}{p_1}\right)} \qquad (21)$$

Параметр к должен быть больше, чем 3, что является экстремальным значением, соответствующим релятивистскому газу. Интегрирование (16) можно начать аналитически с $r = 0$, и можно выбрать так единицы, чтобы $k_1 = 1$, в дополнение к выбору $G = c = 1$, который мы сделали уже. Тогда начальные значения p и и u :

$$p = ar^{(k+1)/2}, \qquad u = u_0 + \frac{8k\pi a}{k+7} r^{(k+7)/2} \qquad (22)$$

a- константа, и от этого может быть проведено интегрирование численно , начиная с удобных малых r. Единицы следующие [2]:

единица массы = $6.47.10^{35}$ гм (23)

единица длины = $4.79.10^{7}$ см, (24)

единица времени = $1.60.10^{-3}$ сек. (25)

Параметр a не является произвольным; он должен быть отрегулирован таким образом, чтобы решение удовлетворяло требованию Эйнштейна [10] о равенстве тяжелой и инертной масс. В пределе $r \to \infty$ $u(r)$ есть гравитационная масса коллапсара, обозначенная M, и инертная масса получается интегрированием полной плотности энергии по трех-мерному пространству. Для этой величины Ландау и Лифшица [11], получают: [3]

$$M_{inertial} = \int (2T_0^0 - T)\sqrt{-g}drd\theta d\varphi = \int 4\pi r^2\sqrt{AB}(\rho + 3p)dr \quad (26)$$

значение AB дается в (17). Тогда, приравнивая эти два последних выражения, мы получим соотношение между a и M, и следовательно, мы получаем коллапсар, чей профиль плотности, включая, в частности , его общий радиус, является функцией только двух параметров (k, p_1).

5. Заключение

Мы видели в разделах 2 и 3, что коллапсар в режиме сильного гравитационного поля может иметь плотность, которая уменьшается к центру; концентрация вещества у поверхности оболочки привела нас к мысли называть его "футбольный коллапсар". Раздел 4 проверяет, что та же самая топология поддерживается, когда давление электронного газа включена в модель, которая проверяет нашу концепцию сверхмассивного белого карлика (СБК). СБК определяется релятивистской гравитации в отличие от ньютоновской у обычного белого карлика ([12], в исследовании 12.4) с плотностью около 1 тонны на см^3 и показателем политропы 5/3. При более высокой плотности белого карлика , когда ([12], Исследования 12.4) индекс политропы имеет 4/3 , профили плотности решений с использованием этого параметра имеют одинаковые формы. Решение ОС 1939 имело профиль «футбольного коллапсара», но это так и оставалось непризнанным. Оппенгеймер и Волков [3] используют уравнения состояния политропы, но они не открыли решение с СБК, поскольку они полагали, есть только единственное решения с максимумом в центре p и ρ.

Мы нашли, анализируя ОС, что решение должно быть изменено, чтобы удовлетворить принципу причинности Гильберта и обеспечить связь световыми лучами в течение коллапса. Световые лучи как проникают внутрь вещества так и выходят из него. Эта модификация устраняет ловушечные (NULL) поверхности Пенроуза, которые лежат в основе концепции горизонта событий. В нашем решении, это гравитационный радиус. Мы показали, что частицы достигают этот радиус сильно замедляясь, так как они проникают в более интенсивное отталкивающее гравитационное поле и останавливаются внутри оболочки (без учета столкновений с пылью, содержащуюся в оболочке).

1) Атом железа, главная составляющая белого карлика, содержит 56 нуклонов и электронов 26.
2) Единицы ОВ были разными, потому что частицы, которые оказывают давление, это нейтроны, в отличие от электронного газа в неподвижном нуклонном фоне, которую мы считаем здесь
3) Это выражение для инертной массы не 4-скаляр, и это относится только к постоянному полю со сферической симметрии. Тем не менее, 3-скаляр, который является инвариантом при преобразовании $r = f(r_1)$ в частности, сохраняет тот же вид, в изотропной или гармонической системе отсчета.

Радио и инфракрасное излучения от SgrA * исходят от газа и пыли, нагреты до миллионов градусов, падая к центральной тяжести. В СБК модели такой нагрев будет происходить чуть выше поверхности оболочки в короне. Корона будет создана на входе пыли, включая испаряющейся газ из него, и это зависит от эмиссии охлаждения; эти сложности могут быть смоделированы, в то время как альтернативное взаимодействие с массивным источником гравитации , которое является источником наблюдаемых выбросов, является неопределенным и спекулятивным [13]. Рентгеновское излучение от SgrA * и от других отдаленных галактиктических центров сформулировали гипотезу, что они возникают в результате измельчения и поглощения проходящей звезды [14].

В СБК модели большая концентрация вещества влияет на оболочку и временно дестабилизировать ее. Например, если белый карлик будет менее массивный с коэффициентом 10^4, это нарушает элементы оболочки. С другой стороны, ожидаемое воздействие в 2013 на SgrA * облака пыли-газа G2 в несколько масс Земли будет слишком мало, чтобы возмутить оболочку «футбольного коллапсара». При размере в 3000 раз больше гравитационного радиуса (0,1 а.е.) и размерности 1AU, вряд ли можно повлиять даже на большую корону размера 0.1AU. Если у SgrA * гораздо больший аккреционный диск, это может поглотить материал из G2 облака. Тем не менее, прирост на СБК от такого аккреционного диска будет в течение длительного временного масштаба и не предсказывает взрыв.

Произойдет взрыв или нет, но мы предлагаем модель СБК в качестве альтернативы в общепринятой модели черной дыры для галактического центра. Проект «Телескоп Горизонта Событий» планирует исследовать его в гравитационном масштабе в ближайшие годы [15], и должен быть в состоянии различать СБК и черно-дырочную модель.

Ссылки

[1] J. R. Oppenheimer and H. Snyder, *Phys. Rev.* 56, 455 (1939)

[2] R. Penrose, *Phys. Rev. Lett.* 14, 57 (1965)

[3] J. R. Oppenheimer and G. M. Volkoff, *Phys. Rev.* 54, 540 (1939)

[4] T. W. Marshall, *Astrophys. Space Set.* 342, 329-332 (2012) DOI 10/1007/s 10509-012-1170-y

[5] D. Hilbert, *Die Grundlagen der Physik (Zweite Mitteilung). Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Gottingen* pp. 57-58 (1917),

[6] A. A. Logunov and M. A. Mestvirishvili, *Theoretical and Mathematical Physics*, 170(3), 413-419 (2012)

[7] S. Chandrasekhar, *Stellar Structure* (Dover, New York, 1939) Chapter IV

[8] S. Weinberg, *Gravitation and Cosmology* (John Wiley, New York) (1972)

[9] B. K. Harrison, K. S. Thorne, M. Wakano and J. A. Wheeler, *Gravitation Theory and Gravitational Collapse* (Univ. of Chicago Press, Chicago) (1965)

[10] A. Einstein *Preuss. Akad. Wiss. Sitz.* 1, 448 (1918)

[11] L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *The Classical Theory of Fields*, 4th edition, eqn (105.23) (Butterworth-Heinemann, London, 1975)

[12] B. Schutz, *Gravity from the ground up* (C. U. P. Cambridge, England, 2003)

[13] J. C. Wheeler, *Cosmic Catastrophes: Exploding Stars, Black Holes, and Mapping the Universe*, 2nd ed. (C. U. P. Cambridge, England, 2007)

[14] N. Degenaar, J. M. Miller, J. Kinnea, N. Gehrels, R. Wijnands, *The X- ray flaring properties of Sgr A * during six years of monitoring with Swift* arxiv.org/abs/1210.7237 (2012) (to appear in *Ap.J.)*

[15] S. Gillesson, R. Genzel, T. K. Fritz, E. Quataert, C. Alig, A. Burkert,J. Cuadra, F. Eisenhauer, O. Pfuhl, K. Dodds-Eden, C. F. Gammie, T. Ott (5/1/12), Nature 481, 51-54 (2012) doi:10.1038/nature10652.